Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

Mathématiques

Session 2018 • Code sujet : **MATGRB1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **Selon la spécialité : 1, 1,5, 2, 2,5 ou 3**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. **Départ d'un train à très haute vitesse et calcul de l'aire d'une pièce** (13 questions) — **Page 3**

2. **Obsolescence programmée des smartphones : probabilités et test d'hypothèse** (13 questions) — **Page 7**

3. **Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ)** (Synthèse & Q&A Examen) — **Page 12**

Sujet officiel (PDF) : https://btscrci.fr/assets/annales/bts-crci/E2 - Mathématiques/2018/BTS CRCI - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf

1. Départ d’un train à très haute vitesse et calcul de l’aire d’une pièce

Le départ d’un wagon propulsé dans un tube à basse pression est modélisé par une fonction donnant la distance parcourue au cours du temps. L’exercice mobilise équations différentielles, dérivation et intégration pour étudier la vitesse du wagon et calculer l’aire d’une pièce symétrique destinée à une gare.

A. Résolution d'une équation différentielle

Question 1°. Résoudre sur [0, +∞[l’équation différentielle homogène y' - 0,2y = 0 en utilisant la formule fournie.

On compare avec la forme fournie $y' + ay = 0$. Ici, $a = -0{,}2$, donc $y(t) = ke^{-at} = ke^{0{,}2t}$, avec k constante réelle.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = ke^{0{,}2t}$, $k \in \mathbb{R}$.

Question 2°. Vérifier que la fonction g définie sur [0, 3] par g(t) = -15t - 75 est une solution de l’équation différentielle y' - 0,2y = 3t.

On a $g'(t) = -15$. En remplaçant dans le membre de gauche : $g'(t) - 0{,}2g(t) = -15 - 0{,}2(-15t - 75) = -15 + 3t + 15 = 3t$. Ce résultat est le membre de droite de l’équation différentielle.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> g est bien une solution de l’équation sur $[0, 3]$.

Question 3°. Déduire des questions précédentes l’ensemble des solutions de l’équation différentielle y' - 0,2y = 3t.

Une solution particulière est $g(t) = -15t - 75$. Toute solution s’obtient en lui ajoutant une solution de l’équation homogène, trouvée à la question 1, soit $ke^{0{,}2t}$.

$$y(t) = ke^{0{,}2t} - 15t - 75, \text{ avec } k \in \mathbb{R}.$$

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = ke^{0{,}2t} - 15t - 75$, $k \in \mathbb{R}$.

Question 4°. Déterminer la fonction f solution de l’équation différentielle qui vérifie la condition initiale f(0) = 0, le wagon étant au point de départ au temps t = 0.

1. La solution générale donne $f(0) = k - 75$. La condition $f(0) = 0$ impose donc $k = 75$.
2. En remplaçant k, on obtient $f(t) = 75e^{0{,}2t} - 15t - 75$.

On regroupe les termes constants pour retrouver la forme de la partie B.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$f(t) = 75(e^{0,2t} - 1) - 15t$.

B. Étude de fonction et application

Question 1° a). À partir des expressions de f et de f' fournies par le logiciel, résoudre sur [0, 3] l'inéquation f'(t) ≥ 0.

Le logiciel donne $f'(t) = 15e^{0,2t} - 15$. Ainsi, $f'(t) \geq 0$ équivaut à $e^{0,2t} \geq 1$. Comme l'exponentielle est croissante, cela équivaut à $0{,}2t \geq 0$, soit $t \geq 0$. Sur l'intervalle demandé, cette condition est toujours satisfaite.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$f'(t) \geq 0$ pour tout $t \in [0, 3]$, avec égalité en $t = 0$.

Question 1° b). Déduire du signe de f' les variations de la fonction f sur l'intervalle [0, 3].

Puisque f' est positive sur $[0, 3]$, f est croissante sur cet intervalle.

t	**0**	**3**
Signe de $f'(t)$	0	+
Valeur de $f(t)$	0	$75(e^{0,6} - 1) - 45 \approx 16{,}659$

✓ RÉPONSE À RETENIR

f croît de 0 à environ $16{,}659$ sur $[0, 3]$.

Question 2°. Déterminer le nombre de kilomètres parcourus par le wagon au bout d'une minute et arrondir le résultat au dixième.

À une minute, $f(1) = 75(e^{0,2} - 1) - 15$. Le calcul donne environ $1{,}605$ km. Arrondi au dixième, le wagon a parcouru $1{,}6$ km.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$1{,}6$ km.

Question 3° a). Sachant que f'(t) correspond à la vitesse en kilomètres par minute, déterminer la vitesse du wagon à t = 2 minutes et arrondir le résultat au dixième.

La vitesse à $t = 2$ est $f'(2) = 15e^{0,4} - 15$ km/min. Le calcul donne environ $7,377$ km/min, soit $7,4$ km/min au dixième.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $7,4$ km/min.

Question 3° b). Dire si l'objectif des ingénieurs est atteint et justifier la réponse au regard de la vitesse cible de 400 km/h à atteindre en moins de deux minutes.

À deux minutes, la vitesse vaut $60f'(2) = 60(15e^{0,4} - 15) \approx 442,6$ km/h. Or f' est croissante sur $[0, 3]$, car sa dérivée vaut $3e^{0,2t} > 0$. La vitesse franchit donc 400 km/h avant deux minutes.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Oui, l'objectif est atteint : la vitesse dépasse 400 km/h avant deux minutes.

Question 4°. Choisir, parmi les trois propositions, une équation de la tangente à la courbe C au point d'abscisse 2. Une seule réponse est exacte et aucune justification n'est demandée.

La tangente en $t = 2$ s'écrit $y = f'(2)(t - 2) + f(2)$. En remplaçant par les expressions de $f'(2)$ et de $f(2)$, on obtient la troisième proposition.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Troisième proposition : $y = 15(e^{0,4} - 1)t + 45e^{0,4} - 75$.

C. Calcul intégral

Question 1°. Choisir, parmi les trois propositions, l'aire A1 du rectangle OPQR en unités d'aire. Une seule réponse est exacte et aucune justification n'est demandée.

Sur le schéma, le rectangle OPQR a une largeur de 3 unités et une hauteur de $2,25$ unités. Son aire vaut donc $A_1 = 3 \times 2,25 = 6,75$ unités d'aire.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $A_1 = 6,75$ u. a.

Question 2°. À l'aide de la primitive fournie de g(x) = 27x/(2x² + 18), calculer l'aire A2 de la région délimitée par la courbe de g, l'axe des abscisses et les droites x = 0 et x = 3.

La fonction g est positive sur $[0, 3]$, donc $A_2 = \int_0^3 g(x)\,dx$. Avec la primitive fournie, $A_2 = \frac{27}{4}[\ln(x^2+9)]_0^3 = \frac{27}{4}\ln\left(\frac{18}{9}\right) = \frac{27}{4}\ln 2$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $A_2 = \frac{27}{4}\ln 2 \approx 4{,}679$ u. a.

Question 3°. Déduire des résultats précédents l'aire A de la pièce hachurée, en tenant compte de la symétrie de la pièce, puis arrondir au millième.

Sur la moitié droite, l'aire entre le bord supérieur et la courbe est $A_1 - A_2$. La pièce étant symétrique par rapport à l'axe des ordonnées, son aire totale vaut $A = 2(A_1 - A_2) = 2\left(6{,}75 - \frac{27}{4}\ln 2\right)$. L'unité graphique étant le mètre, l'aire s'exprime en mètres carrés.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $A \approx 4{,}143\ \text{m}^2$.

2. Obsolescence programmée des smartphones : probabilités et test d'hypothèse

L'exercice étudie l'obsolescence technique et logicielle de smartphones, puis la proportion de modèles non réparables dans un lot. Il évalue les probabilités conditionnelles, la loi binomiale et un test bilatéral sur la proportion de personnes estimant que la marque B pratique l'obsolescence programmée.

A. Probabilités conditionnelles

Question 1°. À partir des données sur les deux types d'obsolescence dans une population de 200 smartphones, compléter le tableau d'effectifs croisant l'obsolescence technique et l'obsolescence logicielle.

Sur 200 appareils, 3 % donnent 6 smartphones touchés par T et 8 % donnent 16 touchés par L. L'intersection vaut 12,5 % de 16, soit 2. On complète chaque ligne et colonne avec les totaux.

Smartphones	Touchés par L	Non touchés par L	Total
Touchés par T	2	4	6
Non touchés par T	14	180	194
Total	16	184	200

Tableau d'effectifs complété

Smartphones	touchés par l'obsolescence logicielle	non touchés par l'obsolescence logicielle	Total
touchés par l'obsolescence technique	2	4	6
non touchés par l'obsolescence technique	14	180	194
Total	16	184	200

✓ RÉPONSE À RETENIR

Effectifs croisés : 2, 4, 14 et 180. Totaux : 6, 194, 16 et 184.

Question 2°. Donner les probabilités P(T), P(L) et P_L(T), où T désigne l'événement « le smartphone est touché par l'obsolescence technique » et L l'événement « le smartphone est touché par l'obsolescence logicielle ».

Les taux de smartphones touchés par T et par L sont donnés directement dans l'énoncé. La probabilité conditionnelle de T sachant L est également fournie : parmi les appareils touchés par L, 12,5 % sont aussi touchés par T.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(T) = 0,030$, $P(L) = 0,080$, $P_L(T) = 0,125$.

Question 3° a). Calculer la probabilité P(T ∩ L) qu'un smartphone soit touché par les deux types d'obsolescence.

La probabilité de l'intersection s'obtient en multipliant la probabilité de L par la probabilité de T sachant L : $P(T \cap L) = P(L) \times P_L(T) = 0,08 \times 0,125 = 0,01$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(T \cap L) = 0,010$.

Question 3° b). Calculer la probabilité P(T ∪ L) qu'un smartphone soit touché par au moins l'un des deux types d'obsolescence.

Pour obtenir la probabilité d'être touché par au moins une des deux obsolescences, on additionne les probabilités de T et de L, puis on soustrait leur intersection : $P(T \cup L) = P(T) + P(L) - P(T \cap L) = 0,03 + 0,08 - 0,01 = 0,10$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(T \cup L) = 0,100$.

Question 3° c). Calculer la probabilité P_T(L) qu'un smartphone soit touché par l'obsolescence logicielle sachant qu'il est touché par l'obsolescence technique.

La probabilité de L sachant T est le quotient de la probabilité de leur intersection par celle de T : $P_T(L) = \frac{P(T \cap L)}{P(T)} = \frac{0,01}{0,03} \approx 0,333$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P_T(L) \approx 0,333$, soit 33,3 %.

B. Loi binomiale

Question 1°. Justifier que la variable aléatoire X, qui compte les smartphones non réparables dans un lot de 50, suit une loi binomiale et en déterminer les paramètres.

Chaque tirage constitue une épreuve de Bernoulli : le smartphone est non réparable avec la probabilité 0,045. Le stock étant assez important pour assimiler les prélèvements à des tirages avec remise, les 50 épreuves sont indépendantes et de même probabilité. Le nombre de smartphones non réparables suit donc une loi binomiale.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$X \sim \mathcal{B}(50\,;\,0,045)$.

Question 2°. Calculer la probabilité que les 50 smartphones prélevés dans le lot soient tous réparables.

Tous les appareils sont réparables lorsque $X = 0$. La probabilité qu'un appareil soit réparable est $1 - 0,045 = 0,955$. Par indépendance des 50 tirages, la probabilité recherchée est $P(X = 0) = 0,955^{50} \approx 0,100$, arrondie au millième.

✓ RÉPONSE À RETENIR

La probabilité que les 50 smartphones soient réparables est $0,100$.

Question 3° a). Exécuter à la main l'algorithme donné et compléter le tableau des valeurs de P(X = i) et de la somme S pour i allant de 0 à 3.

On calcule la probabilité binomiale pour chaque valeur de i, puis on l'ajoute à la somme déjà obtenue. Les valeurs du tableau sont arrondies au millième.

i	0	1	2	3
$P(X = i)$	0,100	0,236	0,272	0,205
S	0,100	0,336	0,608	0,813

Tableau binomial complété

i	0	1	2	3
$P(X = i)$	0,1 0,100	0,236	0,272	0,205
S	0,1 0,100	0,336	0,608	0,813

✓ RÉPONSE À RETENIR

Somme finale : $S = 0,813$.

Question 3° b). Donner la valeur de S à la fin de l'algorithme et interpréter le résultat dans le contexte du nombre de smartphones non réparables.

L'algorithme additionne les probabilités correspondant à 0, 1, 2 et 3 smartphones non réparables. La somme obtenue est donc la probabilité qu'un lot contienne au plus 3 smartphones non réparables.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $S \approx 0,813$: environ 81,3 % des lots comptent au plus 3 smartphones non réparables.

Question 4°. Calculer l'espérance de X et interpréter le résultat dans le contexte d'un lot de 50 smartphones.

Pour une loi binomiale de paramètres n et p, l'espérance vaut np. Ainsi, $E(X) = 50 \times 0,045 = 2,25$. C'est le nombre moyen de smartphones non réparables attendu par lot, et non le nombre imposé dans chaque lot.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Un lot de 50 smartphones contient en moyenne 2,25 appareils non réparables.

C. Test d'hypothèse

Question 1°. Sous l'hypothèse nulle H0, choisir la valeur de h, arrondie à 10^{-2}, telle que P(0,55 - h ≤ F ≤ 0,55 + h) = 0,95. Une seule proposition est exacte et aucune justification n'est demandée.

Pour une loi normale, l'intervalle central de 95 % s'étend d'environ 1,96 écart-type de part et d'autre de la moyenne. Ainsi, $h \approx 1,96 \times 0,037 = 0,07252$, soit 0,07 au centième. Parmi les choix proposés, la réponse est donc 0,07.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $h = 0,07$.

Question 2°. Énoncer la règle de décision du test bilatéral au seuil de signification de 5 % pour l'hypothèse nulle H0 : p = 0,55.

Au seuil de 5 %, on ne rejette pas H_0 si la fréquence observée appartient à l'intervalle central de 95 %. Avec $h \approx 0,07$, cet intervalle est $[0,55 - 0,07\,;\ 0,55 + 0,07]$. Une fréquence située hors de cet intervalle conduit au rejet de H_0.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Ne pas rejeter H_0 si $0,48 \leq F \leq 0,62$; sinon, rejeter H_0.

Question 3°. À partir des 76 réponses positives recueillies auprès de 180 personnes, donner la conclusion du test sur la proportion de personnes estimant que la marque B pratique l'obsolescence programmée.

La fréquence observée vaut $F = \dfrac{76}{180} \approx 0,422$. Elle est inférieure à la borne basse de l'intervalle de décision, 0,48. On rejette donc l'hypothèse nulle au seuil de 5 %.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> On rejette H_0 : l'enquête ne confirme pas la proportion de 55 %.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2018)

Bilan de l'épreuve : Cette épreuve de mathématiques du BTS, session 2018, porte le code MATGRB1 et dure deux heures. Le coefficient dépend de la spécialité, de 1 à 3. Ses deux exercices, notés chacun sur 10 points, étudient le départ d'un train à très haute vitesse et l'obsolescence programmée des smartphones. Les compétences évaluées couvrent équations différentielles, dérivation, intégration, probabilités et test d'hypothèse.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Pour une équation différentielle linéaire, la solution générale est la somme d'une solution particulière et des solutions de l'équation homogène associée.
- Lorsque f mesure une distance en kilomètres et t un temps en minutes, f'(t) est une vitesse en kilomètres par minute.
- Pour X suivant une loi binomiale B(n,p), P(X = k) = C(n,k)p^k(1-p)^(n-k) et E(X) = np.
- Dans un test bilatéral au seuil de 5 %, la zone centrale d'acceptation a une probabilité de 0,95 sous l'hypothèse nulle.

Points de vigilance & attentes du jury

- Convertir les kilomètres par minute en kilomètres par heure avant de comparer la vitesse à 400 km/h.
- Pour une probabilité conditionnelle, placer au dénominateur la probabilité de l'événement indiqué après « sachant que ».
- Dans l'algorithme binomial, ajouter successivement P(X = i) à S pour i de 0 à 3.
- Pour le test, calculer la fréquence observée et la comparer aux bornes de la zone d'acceptation avant de conclure.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment vérifier si le wagon atteint la vitesse demandée ?

La dérivée donne la vitesse en kilomètres par minute. Pour la comparer à 400 km/h, multipliez-la par 60. Il faut vérifier que cette vitesse est atteinte à un instant inférieur à deux minutes.

Q : Comment calculer une probabilité conditionnelle dans le tableau des smartphones ?

Pour calculer P(A sachant B), utilisez P(A ∩ B) / P(B). Le dénominateur correspond à l'événement connu comme réalisé, ici l'événement placé après « sachant que ».

Q : Comment répartir les deux heures de l'épreuve ?

Le sujet comporte deux exercices de 10 points, chacun divisé en parties indépendantes. Répartissez le temps selon la difficulté, gardez une marge pour les calculs et vérifiez les unités, les arrondis et les réponses demandées.

Q : Les réponses fausses aux questions à choix multiples sont-elles pénalisées ?

Pour les questions à choix multiples signalées dans le sujet, une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse ou une absence de réponse ne rapporte ni ne retire de point, et aucune justification n'est demandée.

Sujet officiel associé (PDF) : https://btscrci.fr/assets/annales/bts-crci/E2 - Mathématiques/2018/BTS CRCI - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf

Ressources BTS Conception et Réalisation en Chaudronnerie Industrielle : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.