Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

BTS CRCI

Mathématiques - Groupement B

Session 2023 • Code sujet : **23MATGRB1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **2 pour toutes les spécialités indiquées, sauf Traitement des matériaux (2 options) : 3**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. **Fermeture d'un tiroir : équation différentielle et étude de fonction** (14 questions) — **Page 3**

2. **Probabilités et estimation dans un magasin de vélos** (10 questions) — **Page 7**

3. **Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ)** (Synthèse & Q&A Examen) — **Page 10**

Sujet officiel (PDF) : https://btscrci.fr/assets/annales/bts-crci/E2 - Mathématiques/2023/BTS CRCI - E2 - Mathématiques - Session 2023 - 1-Sujet.pdf

1. Fermeture d'un tiroir : équation différentielle et étude de fonction

On modélise par la fonction f la distance entre le fond d'un tiroir, repéré par M, et le fond du meuble, repéré par O, pendant sa fermeture. L'exercice porte sur une équation différentielle, les variations de f, un algorithme de seuil et le développement limité de f au voisinage de 0.

Partie A - Résolution d'une équation différentielle

Question 1.a. **Résoudre l'équation caractéristique r² + 5r + 4 = 0.**

Le discriminant vaut $\Delta = 5^2 - 4 \times 1 \times 4 = 9 > 0$. Les deux racines sont donc $r = \frac{-5 \pm 3}{2}$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $r_1 = -1$ et $r_2 = -4$.

Question 1.b. **À l'aide du tableau fourni, résoudre l'équation différentielle y'' + 5y' + 4y = 0.**

Les racines distinctes de l'équation caractéristique sont -1 et -4. La solution générale est donc une combinaison des exponentielles associées à ces racines.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = C_1 e^{-t} + C_2 e^{-4t}$, où $C_1, C_2 \in \mathbb{R}$.

Question 2.a. **À l'instant initial, M est situé à 20 cm de O et se déplace vers O à la vitesse de -10 cm·s⁻¹. En déduire f(0) et f'(0).**

La distance initiale vaut 20 cm. La vitesse initiale, négative car le point M se rapproche de O, est la dérivée de cette distance.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f(0) = 20$ cm et $f'(0) = -10$ cm·s⁻¹.

Question 2.b. **Sachant que f(t) = (70/3)e⁻ᵗ - (10/3)e⁻⁴ᵗ, déterminer la valeur exacte de la distance OM deux secondes après le début de la fermeture.**

On remplace t par 2 dans l'expression de f : $f(2) = \frac{70}{3}e^{-2} - \frac{10}{3}e^{-8}$. Cette valeur exacte est d'environ 3,157 cm.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $OM(2) = \frac{70}{3}e^{-2} - \frac{10}{3}e^{-8}$ cm.

Question 3. **Le tiroir est dit fermé lorsque la distance OM est inférieure à 0,5 cm. Le constructeur affirme qu'il est fermé en moins de 4 secondes. Dire s'il a raison et justifier.**

À 4 secondes, $f(4) = \frac{70}{3}e^{-4} - \frac{10}{3}e^{-16} \approx 0{,}427$ cm. La distance est alors inférieure à 0,5 cm. Comme f est décroissante, le seuil a été atteint avant 4 secondes.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Oui : le tiroir est fermé en moins de 4 s, car $f(4) \approx 0{,}427 < 0{,}5$ cm.

Partie B - Étude de fonction

Question 1.a. **Sachant que lim e⁻ᵘ = 0 lorsque u tend vers +∞, déterminer la limite de f(t) lorsque t tend vers +∞.**

Quand $t \to +\infty$, les deux exponentielles e^{-t} et e^{-4t} tendent vers zéro. Chacun des termes de $f(t) = \frac{70}{3}e^{-t} - \frac{10}{3}e^{-4t}$ tend donc vers zéro.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $\lim\limits_{t \to +\infty} f(t) = 0$.

Question 1.b. **Déduire de la limite précédente que la courbe représentative de f possède une asymptote et en donner une équation.**

La limite de $f(t)$ en $+\infty$ étant nulle, la courbe admet une asymptote horizontale d'équation $y = 0$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Asymptote horizontale : $y = 0$.

Question 2.a. **Déterminer f'(t) pour tout t appartenant à [0 ; +∞[.**

On dérive chaque terme en utilisant $(e^{u(t)})' = u'(t)e^{u(t)}$. Ainsi, le premier terme donne $-\frac{70}{3}e^{-t}$, et le second $\frac{40}{3}e^{-4t}$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f'(t) = -\frac{70}{3}e^{-t} + \frac{40}{3}e^{-4t}$.

Question 2.b. **Sachant que f'(t) < 0 sur [0 ; +∞[, dresser le tableau de variations de f sur cet intervalle.**

On a $f(0) = 20$, $f'(t) < 0$ sur l'intervalle et $\lim_{t \to +\infty} f(t) = 0$. Le tableau de variations est donc :

t	0	$+\infty$
$f(t)$	20	0
Variation	$\searrow$	

✓ RÉPONSE À RETENIR

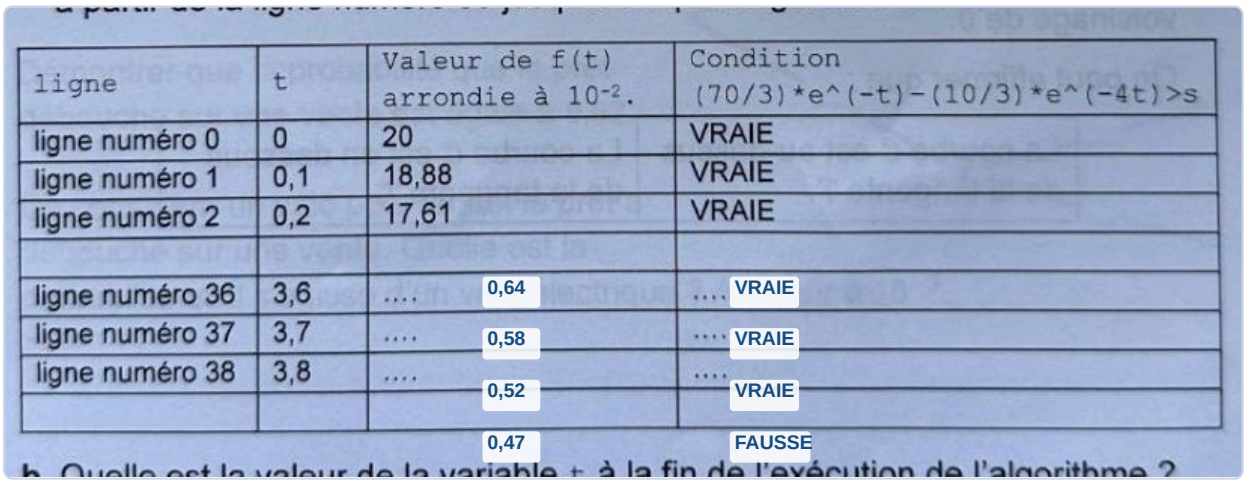
f décroît strictement de 20 vers 0 sur $[0;+\infty[$.

Question 3.a. **Compléter le tableau de l'algorithme à partir de la ligne 36, en ajoutant les lignes nécessaires jusqu'à son arrêt. Pour chaque ligne, indiquer f(t) arrondie au centième et si la condition de la boucle est vraie ou fausse.**

La condition de la boucle est $f(t) > 0{,}5$. Elle est vraie à 3,8 s, puis fausse à 3,9 s : l'algorithme s'arrête alors. Les valeurs affichées sont arrondies au centième.

Ligne	t	$f(t)$	**Condition**
36	3,6	0,64	VRAIE
37	3,7	0,58	VRAIE
38	3,8	0,52	VRAIE
39	3,9	0,47	FAUSSE

Tableau de l'algorithme complété



✓ RÉPONSE À RETENIR

Ligne 39 : l'algorithme s'arrête pour $t = 3{,}9$ s.

Question 3.b. **Donner la valeur de la variable t à la fin de l'exécution de l'algorithme et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.**

À 3,8 s, la condition est encore vraie car $f(3{,}8) \approx 0{,}52 > 0{,}5$. Après l'incrément de 0,1, elle devient fausse à 3,9 s, où $f(3{,}9) \approx 0{,}47$. La variable conserve cette valeur d'arrêt.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $t = 3{,}9$ s : la distance est alors inférieure à 0,5 cm.

Question 4.a. **Déterminer une équation de la tangente T à la courbe C au point d'abscisse 0.**

L'équation de la tangente en 0 est $y = f(0) + f'(0)t$. Les données initiales donnent $f(0) = 20$ et $f'(0) = -10$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> T : $y = 20 - 10t$.

Question 4.b. **Parmi les propositions du questionnaire à choix multiples, recopier celle qui donne le développement limité de f à l'ordre deux au voisinage de 0. Aucune justification n'est demandée.**

La partie régulière fournie par le logiciel est $20 - 10t - 15t^2$. Parmi les propositions, il faut retenir celle qui ajoute le reste sous la forme $t^2\varepsilon(t)$, avec $\varepsilon(t) \to 0$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f(t) = 20 - 10t - 15t^2 + t^2\varepsilon(t)$, avec $\varepsilon(t) \to 0$.

Question 4.c. **À l'aide du développement limité, choisir l'affirmation correcte sur la position de la courbe C par rapport à sa tangente T au voisinage de 0. Aucune justification n'est demandée.**

Le développement limité donne $f(t) - T(t) = t^2(-15 + \varepsilon(t))$. Comme $\varepsilon(t) \to 0$, ce terme est négatif pour les valeurs de t positives proches de zéro.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Au voisinage de 0, la courbe C est en dessous de la tangente T.

2. Probabilités et estimation dans un magasin de vélos

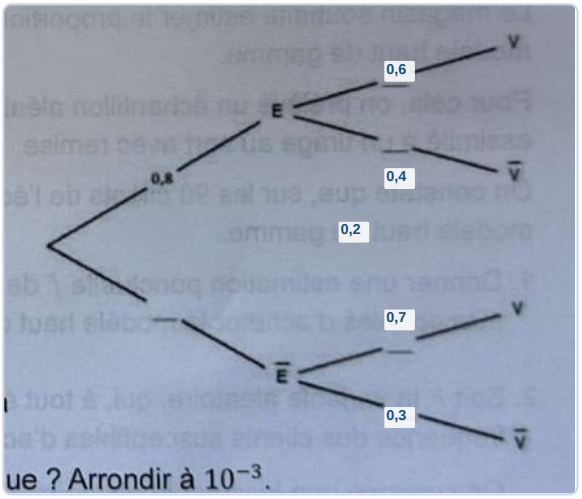
Un magasin prête des vélos électriques ou mécaniques à des clients et étudie la probabilité que le prêt aboutisse à une vente. L'exercice porte aussi sur la durée de réparation de vélos et sur l'estimation de la proportion de clients susceptibles d'acheter un modèle haut de gamme.

Partie A - Probabilités conditionnelles

Question 1. Recopier et compléter l'arbre pondéré décrivant le type de vélo prêté et l'issue du prêt, à partir des données fournies.

La première bifurcation distingue les vélos électriques et mécaniques. À partir de chaque type, on indique les probabilités conditionnelles de vente et de non-vente, complémentaires à 1.

Arbre pondéré complété



✓ **RÉPONSE À RETENIR**

Électrique : 0,8 ; mécanique : 0,2. Après un vélo électrique : vente 0,6, pas de vente 0,4. Après un vélo mécanique : vente 0,7, pas de vente 0,3.

Question 2. Déterminer la probabilité P(E ∩ V), où E désigne l'événement « le vélo prêté est électrique » et V l'événement « le prêt débouche sur une vente ».

La probabilité d'une vente avec un vélo électrique est le produit de la probabilité de choisir un vélo électrique par la probabilité conditionnelle de vente : $P(E \cap V) = P(E)P_E(V) = 0,8 \times 0,6 = 0,48$.

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

$P(E \cap V) = 0,48$.

Question 3. **Démontrer que la probabilité qu'un prêt débouche sur une vente est égale à 0,62.**

Les ventes après prêt d'un vélo électrique ou mécanique correspondent à deux cas disjoints. Ainsi, $P(V) = P(E \cap V) + P(\overline{E} \cap V) = 0,8 \times 0,6 + 0,2 \times 0,7 = 0,62$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(V) = 0,62$.

Question 4. **Sachant que le prêt a débouché sur une vente, déterminer la probabilité qu'il s'agisse d'un vélo électrique. Arrondir à 10^{-3}.**

Par définition de la probabilité conditionnelle, $P_V(E) = \frac{P(E \cap V)}{P(V)} = \frac{0,48}{0,62}$. On arrondit le quotient au millième.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P_V(E) \approx 0,774$.

Partie B - Loi binomiale

Question 1. **La variable aléatoire X compte, parmi 80 vélos réparés, ceux dont la réparation nécessite moins d'une heure de main-d'œuvre. Sachant que X suit une loi binomiale, donner ses paramètres.**

Chaque réparation est un essai de Bernoulli, avec pour succès « moins d'une heure » et une probabilité de succès égale à 0,62. Le nombre d'essais est 80.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $X \sim \mathcal{B}(80\,;\,0,62)$.

Question 2. **Déterminer la probabilité P(X = 40). Arrondir à 10^{-3}.**

Pour une loi binomiale de paramètres 80 et $0,62$, la probabilité d'obtenir exactement 40 réparations de moins d'une heure est $P(X = 40) = \binom{80}{40}(0,62)^{40}(0,38)^{40}$, car la probabilité complémentaire vaut $1 - 0,62 = 0,38$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(X = 40) \approx 0,008$.

Question 3. **Déterminer la probabilité que le nombre de vélos dont la réparation nécessite moins d'une heure soit strictement supérieur au nombre de vélos dont la réparation nécessite plus d'une heure. Arrondir à 10^{-3}.**

Le nombre de vélos nécessitant plus d'une heure est $80 - X$. L'inégalité demandée devient $X > 80 - X$, donc $X \geq 41$. Avec $X \sim \mathcal{B}(80\,;\,0,62)$, la probabilité cherchée est $1 - P(X \leq 40)$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> La probabilité cherchée est environ $0,981$.

Partie C - Intervalle de confiance

Question 1. **Dans un échantillon de 90 clients, 54 sont susceptibles d'acheter le modèle haut de gamme. Donner l'estimation ponctuelle f de la proportion inconnue p de ces clients.**

L'estimation ponctuelle est la fréquence observée dans l'échantillon : $f = \frac{54}{90} = 0,60$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f = 0,60$, soit 60 %.

Question 2.a. **À l'aide de la fréquence observée et de la formule fournie, déterminer un intervalle de confiance de la proportion p au niveau de confiance de 95 %.**

La formule donnée conduit à $\left[f - 1,96\sqrt{\frac{f(1-f)}{90}}\,;\,f + 1,96\sqrt{\frac{f(1-f)}{90}}\right]$. Pour $f = 0,60$, la marge est environ 0,101 ; les bornes sont donc 0,499 et 0,701 au millième.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Intervalle de confiance à 95 % : $[0,499\,;\,0,701]$.

Question 2.b. **Est-on certain que la proportion p appartienne à l'intervalle de confiance déterminé ?**

Non. Le niveau de confiance de 95 % décrit la fiabilité de la méthode sur des échantillons répétés. Il ne garantit pas que l'intervalle obtenu avec cet échantillon précis contienne la proportion réelle.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Non, on ne peut pas en être certain.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2023)

Bilan de l'épreuve : Cette épreuve de mathématiques du BTS, Groupement B, session 2023, porte le code 23MATGRB1 et dure deux heures. Le coefficient est de 2 pour les spécialités indiquées, sauf Traitement des matériaux, coefficient 3. Les exercices étudient la fermeture d'un tiroir par équation différentielle et analyse de fonction, puis les probabilités, la loi binomiale et l'estimation statistique dans un magasin de vélos.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Pour une équation différentielle à coefficients constants, résoudre l'équation caractéristique puis déterminer les constantes avec les conditions initiales.
- Si f(t) tend vers une limite finie L lorsque t tend vers +∞, la courbe admet l'asymptote horizontale d'équation y = L.
- Pour X suivant une loi binomiale B(n,p), $P(X = k) = C(n,k)p^k(1-p)^{n-k}$.
- L'intervalle de confiance à 95 % fourni est $f \pm 1{,}96\sqrt{f(1-f)/n}$, où f est la fréquence observée.

Points de vigilance & attentes du jury

- Respecter le signe et les unités de la vitesse initiale dans le modèle de fermeture du tiroir.
- Dans l'algorithme, évaluer la condition de boucle à chaque étape et poursuivre jusqu'à ce qu'elle devienne fausse.
- Traduire la comparaison stricte des nombres de réparations en une inégalité portant sur X, sans inclure le cas d'égalité.
- Conserver une précision suffisante avant l'arrondi demandé et ne pas confondre intervalle de confiance et certitude.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment résoudre l'équation différentielle de l'exercice sur le tiroir ?

On résout d'abord l'équation caractéristique $r^2 + 5r + 4 = 0$. Ses racines déterminent les exponentielles de la solution générale. On utilise ensuite f(0) et f'(0) pour déterminer les constantes.

Q : Comment traduire la comparaison des durées de réparation avec la variable X ?

Sur 80 réparations, X nécessitent moins d'une heure et 80 - X nécessitent plus d'une heure. La première quantité est strictement supérieure à la seconde lorsque X > 40. La probabilité demandée porte donc sur ces valeurs de X.

Q : Comment organiser le travail entre les parties des exercices ?

Les deux parties de l'exercice 1 et les trois parties de l'exercice 2 peuvent être traitées indépendamment. Commencez par les questions directes, puis gardez du temps pour les calculs, les justifications et les arrondis demandés.

Q : Que faut-il respecter pour les arrondis et les questions à choix multiples ?

Arrondissez les probabilités à 10^{-3} lorsque cela est demandé et gardez des valeurs non arrondies dans les calculs intermédiaires. Pour les questions à choix multiples, une seule réponse est exacte et aucune justification n'est demandée.

Sujet officiel associé (PDF) : https://btscrci.fr/assets/annales/bts-crci/E2 - Mathématiques/2023/BTS CRCI - E2 - Mathématiques - Session 2023 - 1-Sujet.pdf

Ressources BTS Conception et Réalisation en Chaudronnerie Industrielle : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.